

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"
CORSO DI STUDI IN MATEMATICA
IN2 - MODELLI DI CALCOLO – A.A. 2002-2003
M. PEDICINI

ESONERO DEL 30/01/2003 – TEMPO 3H00

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

Esercizio 1. Dare una macchina di Turing, che presa una parola di input $w = a_0a_1a_2 \dots a_n$ produce una configurazione in cui il nastro contiene $w' = a_0 \square a_1 a_2 \square a_3 a_4 a_5 a_6 \dots$ (il nastro iniziale viene distribuito in blocchi di ampiezza 2^k).

Valutare il tempo di arresto di tale macchina.

Esercizio 2. Sia t un lambda termine risolubile nel quale y_1, \dots, y_n sono variabili libere.

Dimostrare che t è risolubile se e soltanto se $\lambda y_1 \dots \lambda y_n t$ è risolubile.

Esercizio 3. Sia c una costante aggiunta alle normali variabili del lambda calcolo, e si consideri la seguente famiglia $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ di lambda termini:

$$\begin{cases} d_0 = c \\ d_{n+1} = \lambda z \lambda x (d_n)(z)(d_n)x \end{cases}$$

Si consideri l'insieme dei lambda termini controllati Λ_c :

$$\begin{cases} x & \text{se } x \in V, \\ (u)v & \text{se } u, v \in \Lambda_c, \\ (d_n)\lambda x u & \text{se } u \in \Lambda_c, \\ (d_n)u & \text{se } u \in \Lambda_c. \end{cases}$$

a) Dimostrare che per ogni n ,

$$(d_{n+1})uv \rightarrow_{\beta} (d_n)(u)(d_n)v;$$

b) dare un esempio di termine controllato;

c) dimostrare che se u e v sono termini controllati allora anche $u[v/x]$ è un termine controllato;

d) dimostrare che se $u = \lambda x w$ allora per ogni termine controllato t della forma $t = ((d_{n+1})\lambda x w)v$ si ha

$$t \rightarrow_{\beta} t' = (d_n)w[(d_n)v/x]$$

(in questo caso t si dice redesso controllato e t' ridotto controllato);

e) dimostrare che se $t \in \Lambda_c$ è un redesso controllato allora il suo ridotto $t' \in \Lambda_c$.

Esercizio 4. Date le seguenti definizioni di classi java:

```
public class A {
    int x,y;
    public A() {
        x = 1;
        y = 2;
    }
    public void change(int x) {
        this.x = x;
    }
    public int foo()
    {
        return x*y;
    }
}
```

```
public int bar()
{
    return x;
}

public class B extends A {
    int x = 5;
    public int foo() {return x+y;}
    public int baz() {return x;}
}
```

Spiegare l'esecuzione e l'output delle seguenti istruzioni:

```
class Test {
    public static void main(String[] args) {
        B b = new B();
        B x = b;
        System.out.println(b.foo());
        b.change(10);
        System.out.println(b.foo());
        System.out.println(b.bar());
        System.out.println(b.baz());
        System.out.println(x.bar());
        System.out.println(x.baz());
    }
}
```