UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"
CORSO DI STUDI IN MATEMATICA
IN2 - MODELLI DI CALCOLO – A.A. 2001-2002

M. PEDICINI

ESONERO DEL 8/11/2002 – TEMPO 3H00

COGNOME ____________________ NOME ____________________ MATRICOLA _______________

Esercizio 1. *Dimostrare che se* $f(n)$ *e* $g(n)$ *sono funzioni di complessità anche* $f(g(n))$, $f(n) + g(n)$ *e* $2^{f(n)}$ *lo sono.*

Esercizio 2. *Dimostrare la funzione* $n!$ *e' una funzione ricorsiva.*

Esercizio 3. *Fissato un alfabeto finito* $A_0 = \{0, 1\}$ *e dato un alfabeto* $A = A_0 \cup B$ *con* $B \neq \emptyset$*; dimostrare che esiste una macchina che decide i seguenti insiemi:*

- X_1 *insieme dei numeri dispari rappresentati in unario;*
- X_2 *insieme dei numeri dispari rappresentati in binario.*

Stabilire se X_1 *e* X_2 *sono TM-semidecidibili e/o decidibili per automa finito.*

Esercizio 4. *Supporre che una macchina di Turing possa inserire o cancellare simboli sul nastro, oltre a sovrascrivere come nella definizione abituale.*

(1) Definire precisamente a partire dalla tabella per una tale macchina

$$M : Q \times A \to Q \times (A \times \{-1, 0, 1\}) \times \{-1, 1\},$$

l'algoritmo associato (dove -1 indica lo shift a sinistra (risp. a destra) del seminastro a destra della cella corrente p*),*

(2) dimostrare che una tale macchina può essere simulata da una macchina di Turing ordinaria,

(3) stimare il costo computazionale della simulazione di una tale macchina con una ordinaria macchina di Turing.

Esercizio 5. *Mostrare che per ogni funzione ricorsiva esiste una macchina RAM che la simula.*