UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"
CORSO DI STUDI IN MATEMATICA
IN2 - MODELLI DI CALCOLO – A.A. 2003-2004

M. PEDICINI

FOGLIO N. 2 – CONSEGNA DELL'ELABORATO 19/12/2003

Esercizio 1. *Dimostrare che la funzione caratteristica dell'insieme dei numeri dispari (*`isodd`*):*

$$\texttt{isodd}(n) = \begin{cases} 1 & \textit{se } n \textit{ é dispari} \\ 0 & \textit{altrimenti} \end{cases}$$

é ricorsiva.

Esercizio 2. *Dimostrare che la funzione caratteristica dell'insieme dei numeri primi (*`isprime`*):*

$$\texttt{isprime}(n) = \begin{cases} 1 & \textit{se } n \textit{ é primo} \\ 0 & \textit{altrimenti} \end{cases}$$

é ricorsiva.

Esercizio 3. *Dimostrare che la funzione esponenziale (*$\texttt{exp} : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$*):*

$$\texttt{exp}(a, n) = a^n$$

é ricorsiva.

Esercizio 4. *Sia* $\texttt{fibonacci} : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ *la sequenza (detta di Fibonacci) definta come*

$$\begin{cases} F(0) & = 1 \\ F(1) & = 1 \\ F(n+2) & = F(n+1) + F(n). \end{cases}$$

Dimostrare che F é una funzione ricorsiva.

Esercizio 5. *Un numero $n \in \mathbb{N}$ si dice di Carmichael se é un intero dispari non primo che soddisfa il piccolo teorema di Fermat*

$$(a)^{n-1} - 1 \equiv 0 \mod n$$

per ogni scelta di $1 < a < n$ coprimo con n.

Studiare la ricorsività della funzione caratteristica dell'insieme dei numeri di Charmichael (dire se è ricorsiva primitiva, ricorsiva totale, ricorsiva parziale oppure non ricorsiva).

In caso affermativo dare una dimostrazione diretta dell'appartenenza all'insieme delle funzioni ricorsive (costruire a partire dalle funzioni base).

Esercizio 6. *Dare una classe java che computa i primi n numeri di Carmichael come estensione della classe crivello di Eratostene programmata a lezione.*