UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"
CORSO DI STUDI IN MATEMATICA
IN2 - MODELLI DI CALCOLO – A.A. 2003-2004

M. PEDICINI

FOGLIO N. 3 – CONSEGNA DELL'ELABORATO 12/01/2004

Sia $A = \{-1, 1\}$ e si consideri la seguente notazione che ad una generica parola $a_1 a_2 \ldots a_n$ di elementi di A di lunghezza n associa il lambda termine:

$$\underline{a_1 a_2 \ldots a_n} = \lambda x_{-1} \lambda x_1 \lambda x (x_{a_1})(x_{a_2}) \ldots (x_{a_n}) x.$$

Sia inoltre fissata la seguente rappresentazione per gli elementi di A: $\underline{-1} = \lambda x_{-1} \lambda x_1 x_{-1}$ e $\underline{1} = \lambda x_{-1} \lambda x_1 x_1$.

Fissate le rappresentazioni per gli elementi di A e di A^* come sopra, un lambda termine t rappresenta la funzione $\phi : A^m \times A^{*n} \to A^*$ se per ogni $a_1, \ldots, a_m \in A$ e $w_1, \ldots, w_n \in A^*$ si ha che

$$(t)\underline{a_1} \ldots \underline{a_m} \underline{w_1} \ldots \underline{w_n} \simeq_\beta \underline{\phi(w_1, \ldots, w_n)}.$$

Esercizio 1. *Fornire un lambda termine che rappresenta la funzione* `complement` : $A^* \to A^*$ *e tale che*

$$\texttt{complement}(w) = \begin{cases} -1 & \textit{se } w = 1, \\ 1 & \textit{se } w = -1, \\ \texttt{complement}(x)\texttt{complement}(w') & \textit{se } w = xw'. \end{cases}$$

Esercizio 2. *Fornire un lambda termine che rappresenta la funzione* `append` : $A \times A^* \to A^*$ *e tale che*

$$\texttt{append}(a, w) = aw.$$

Esercizio 3. *Fornire un lambda termine che rappresenta la funzione* `concat` : $A^* \times A^* \to A^*$ *e tale che*

$$\texttt{concat}(w_1, w_2) = w_1 w_2.$$

Ricordiamo la definizione di sequenza di Rudin-Shapiro[1]

$$\begin{cases} c_0 = 1 \\ c_{2n} = c_n \\ c_{2n+1} = (-1)^n c_n \end{cases} \tag{1}$$

dove $(c_i) \in \{-1, 1\}^{\mathbb{N}}$.

Esercizio 4. *Fornire un lambda termine che rappresenta la funzione* `RS` : $A^* \to A^*$

$$\texttt{RS}(w) = \underline{c_0 \ldots c_{2^n}}$$

quando $|w| = n$.

Esercizio 5 (facoltativo)**.** *Fornire un lambda termine che rappresenta la funzione* `RS'` : $A^* \to A^*$

$$\texttt{RS}'(w) = \underline{c_0 \ldots c_n}$$

quando $|w| = n$.

[1] vedi esonero del 7/11/2003.