

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"  
 CORSO DI STUDI IN MATEMATICA  
 IN2 - MODELLI DI CALCOLO – A.A. 2003-2004  
 M. PEDICINI

ESONERO DEL 14/1/2004 – TEMPO 3H00

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ MATRICOLA \_\_\_\_\_

**Esercizio 1.** Considerare il lambda termine

$$t = (\lambda x(\lambda y(z)(\lambda zw)(x)x)(x)x)\lambda x(x)x$$

e rispondere ai seguenti quesiti:

- (1) calcolare gli insiemi  $FV(t)$  e  $BV(t)$ ;
- (2) fornire un termine  $t'$  alpha-equivalente a  $t$ ;
- (3) dire se  $t$  è un termine chiuso;
- (4) dire se  $t$  è in forma normale;
- (5) dire se  $t$  è in forma normale di testa;
- (6) dire se  $t$  è risolubile (in caso affermativo, ricordare la definizione di termine risolubile e mostrare come essa si applica a  $t$ );
- (7) dire se  $t$  è normalizzabile;
- (8) dire se  $t$  è fortemente normalizzabile;
- (9) dare la rappresentazione sotto forma di grafo sintattico di  $t$ .

**Esercizio 2.** Si consideri la sequenza di Thue-Morse  $(c_i)$  dove  $c_i \in \{0, 1\}$  e tale che  $w_i = c_0c_1 \dots c_{2^i-1}$  è definita da :

$$w_i = \begin{cases} 0 & i=0 \\ w_{i-1}\overline{w_{i-1}} & i>0 \end{cases}$$

dove  $\overline{w}$  è la sequenza complementare di  $w$  ossia ottenuta scambiando 0 con 1 e viceversa.

- (1) fissare una rappresentazione nel lambda calcolo per gli elementi di  $A = \{0, 1\}$  e per le sequenze di elementi di  $A$ ;
- (2) trovare i lambda termini `complement` e `concat` che rappresentano rispettivamente la concatenazione e il complemento di una sequenza di elementi di  $A$ ;
- (3) dare il lambda termine che rappresenta la funzione  $f : A^* \rightarrow A^*$  tale che

$$f(w) = w\overline{w};$$

- (4) a partire dal punto precedente dare il lambda termine che rappresenta la funzione  $\tau : \mathbb{N} \rightarrow A^*$  e tale che  $\tau(n) = w_n$ .

**Esercizio 3.** Sia fissato l'alfabeto  $A = \{0, 1\}$  e si consideri la nozione di problema decidibile per automa finito su  $A$ .

Dopo aver fissato un'opportuna rappresentazione per gli elementi di  $A$  e per le parole finite su  $A$ , dare una rappresentazione degli automi finiti e della computazione relativa ad essi nel lambda calcolo.

Più precisamente, fissato un generico automa  $\mathcal{A}$  trovare una codifica  $\underline{a}$  per  $a \in A$  e  $\underline{w}$  per le parole  $w \in A$  ed un lambda termine  $t_{\mathcal{A}}$  che lo rappresenta; ovvero, tale che per ogni parola di input  $w$  se  $\mathcal{A}(w)$  è accettante (risp. non accettante) allora  $(t_{\mathcal{A}})\underline{w} \simeq_{\beta} \underline{1}$  (risp.  $(t_{\mathcal{A}})\underline{w} \simeq_{\beta} \underline{0}$ ).