

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"
CORSO DI STUDI IN MATEMATICA
IN2 - MODELLI DI CALCOLO - A.A. 2008-2009
M. PEDICINI

FOGLIO LAVORO INDIVIDUALE 2 - DA RESTITUIRE PRIMA DEL 23/12/2008

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

Esercizio 1. Stabilire se le seguenti funzioni definite sull'insieme dei numeri naturali sono funzioni ricorsive:

a) $f(x_1, x_2, \dots, x_n) := x_1 + x_2 + \dots + x_n$;

b) $f(x_1, x_2) := x_1^{x_2}$;

c)

$$f(x_1, x_2, x_3) := \begin{cases} g(x_1) & \text{if } x_2 + x_3 = 0, \\ h(x_1, x_2, x_3, f(x_1, x_3 - x_2)) & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

quando h e g sono ricorsive.

Esercizio 2. Dimostrare che sostituendo nella definizione delle funzioni ricorsive la funzione di base "somma" con la funzione "successore", si ottiene la stessa classe di funzioni.

Esercizio 3. Siano $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ due successioni ricorsive.

Mostrare che:

(1) la successione $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definita a partire da (a_n) e (b_n) :

$$c_n = \begin{cases} a_n & \text{se } n = 2^m \text{ e } 2^m - 1 \text{ è un numero primo,} \\ b_n & \text{se } n \text{ è dispari,} \\ \perp & \text{altrimenti} \end{cases}$$

è ricorsiva.

(2) la successione $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definita a partire da (a_n) e (b_n) e da due insiemi ricorsivi di indici $X = \{i_1, i_2, \dots\}$ ed $Y = \{j_1, j_2, \dots\}$ come

$$d_n = a_k + b_k \quad \text{se } k \text{ è l}'n\text{-esimo elemento dell'insieme } X \cap Y,$$

è ricorsiva.