

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"  
 CORSO DI STUDI IN MATEMATICA  
 IN2 - MODELLI DI CALCOLO – A.A. 2008-2009  
 M. PEDICINI

FOGLIO LAVORO INDIVIDUALE 3 - DA RESTITUIRE PRIMA DELLA VERBALIZZAZIONE

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ MATRICOLA \_\_\_\_\_

**Esercizio 1.** Obiettivo di questo esercizio è quello di fornire una implementazione dell'algoritmo del quicksort per le liste di interi nel lambda calcolo puro. Sia data la rappresentazione di Church per i numeri naturali  $\underline{n} := \lambda f \lambda x (f)^n x$ .

Definite le liste di termini come

$$[t_1, t_2, \dots, t_n] := \lambda k \lambda x ((k)t_1)((k)t_2) \dots ((k)t_n)x$$

dove  $t_i \in \Lambda$ . Fornire i lambda-termini che rappresentano le seguenti funzioni:

a) la funzione  $\phi : \mathbb{N} \rightarrow List(\mathbb{N})$  tale che  $\phi(n) := [1, 2, 3, \dots, n]$  ovvero che restituisce la lista dei primi  $n$  numeri interi.

b) Fornire i termini che rappresentano le funzioni elementari sulle liste: la funzione *isempty*, *head*, *tail* e *append* dove

- $isempty(l) := \begin{cases} 1 & l = [] \\ 0 & \text{altrimenti;} \end{cases}$

- $head([x_1, x_2, \dots, x_n]) := x_1$ ;

- $tail([x_1, x_2, \dots, x_n]) = [x_2, \dots, x_n]$ ;

- $append(x_{n+1}, [x_1, x_2, \dots, x_n]) = [x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}]$ .

c) Fornire il termine che rappresenta la funzione di concatenazione di liste:

$$join([x_1, \dots, x_n], [y_1, \dots, y_m]) = [x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m].$$

d) Fornire il termine che rappresenta la funzione che separa gli elementi di una lista in una coppia di liste nella prima delle quali mette tutti gli elementi che soddisfano un test e nella seconda quelli che non soddisfano il test:

$$partition(test, [x_1, x_2, \dots, x_n] := ([x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_{n_1}}], [[x_{j_1}, x_{j_2}, \dots, x_{j_{n_2}}]])$$

dove  $test(x_{i_k}) = \mathbf{1}$  per ogni  $1 \leq k \leq n_1$   $test(x_{j_k}) = \mathbf{0}$  per ogni  $1 \leq k \leq n_2$  e  $n_1 + n_2 = n$ .

e) Fornire il termine che rappresenta la funzione quicksort definita (ricorsivamente) nel modo che segue:

$$quicksort(l) = \begin{cases} [] & l = [] \\ [x] & l = [x] \\ join(append(x, quicksort([x_{i_1}, \dots, x_{i_{n_1}}])), , quicksort([x_{j_1}, \dots, x_{j_{n_2}}])) & \text{dove } l = [x, x_1, \dots, x_n], \\ & x_{i_k} \leq x \text{ e } x_{j_k} > x. \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Dimostrare che il lambda termine  $t = (\lambda x \lambda y (x) \lambda x \lambda y (x) x$  non è risolubile.